

Problema 1. Um inteiro $n \geq 2$ se diz *tuanis* se, ao somar o menor divisor primo de n e o maior divisor primo de n (estes divisores podem ser iguais), se obtém um resultado ímpar. Calcular a soma de todos os números tuanis menores ou iguais que 2023.

Nota: Por exemplo, 3 não é tuanis porque $3 + 3$ é par.

Problema 2. Em cada quadradinho de um quadriculado $n \times n$ se deve escrever algum dos números 0, 1 ou 2. Determinar todos os inteiros positivos n para os quais existe uma forma de preencher o quadriculado $n \times n$ tal que, ao calcular a soma dos números em cada linha e em cada coluna, se obtenham os números $1, 2, \dots, 2n$, em alguma ordem.

Problema 3. Seja ABC um triângulo acutângulo e sejam D , E e F os pés das alturas desde A , B e C , respectivamente. A reta EF e o circuncírculo de ABC se intersectam em P , de forma que F está entre E e P . As retas BP e DF se intersectam em Q . Demonstrar que, se $ED = EP$, então CQ e DP são paralelas.

Problema 4. Em um triângulo acutângulo ABC , D é um ponto sobre o segmento BC . Sejam R e S os pés das perpendiculares desde D até AC e AB , respectivamente. A reta DR e o circuncírculo de BDS se intersectam em X , com $X \neq D$. Analogamente, a reta DS e o circuncírculo de CDR se intersectam em Y , com $Y \neq D$. Demonstrar que, se XY é paralelo a RS , então D é o ponto médio de BC .

Problema 5. Determinar todos os pares de números primos (p, q) tais que $6pq$ divide

$$p^3 + q^2 + 38.$$

Problema 6. Seja $n \geq 2$ um inteiro. Lúcia escolhe n números reais x_1, x_2, \dots, x_n tais que $|x_i - x_j| \geq 1$ para todo $i \neq j$. Depois, em cada uma dos quadradinhos de um quadriculado $n \times n$, ela escreve estes números, de modo que não se repita nenhum número em uma mesma linha ou em uma mesma coluna. Finalmente, para cada quadradinho, ela calcula o valor absoluto da diferença entre o número no quadradinho e o número no primeiro quadradinho de sua mesma linha. Determinar o menor valor que pode assumir a soma dos n^2 números que Lúcia calculou.