Ideias diferentes com Sequências - Nível 1 SO 2022

Profª Laís Nuto

23 de janeiro de 2023

PROBLEMA 1. Esmeralda escreveu no quadro negro a sequência de todos os números inteiros de 1 a 2011. Em seguida, apagou todos os números pares da lista.
Letra A) Quantos números restaram?
Letra B) Dos números restantes, quantos foram escritos apenas com os algarismos 0 e 1?

PROBLEMA 2. Esmeralda desenha quadradinhos de lado unitário para formar a sequência de figuras a seguir, de acordo com uma regra que você deve descobrir.

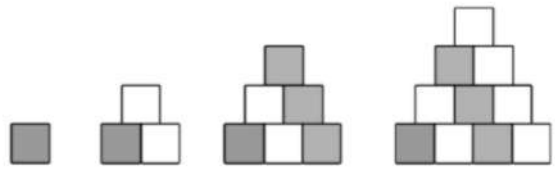

figura 1 figura 2 figura 3 figura 4

Letra A) Quantos quadradinhos brancos tem a figura 13?
Letra B) Se existir, qual é a figura que tem exatamente 100 quadradinhos brancos a mais que quadradinhos cinzentos?

PROBLEMA 3. Juliana começou a escrever, em ordem crescente, uma lista dos números inteiros positivos cuja soma dos algarismos é divisível por 5. Sua lista começou com 5, 14, 19, 23, e terminou quando ela encontrou dois números consecutivos. Qual é a soma dos algarismos do penúltimo número dessa lista?

PROBLEMA 4. Considere a sequência de números 1, 1, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, . . . em que escrevemos os números de 1 até 1! , de 1 até 2! , de 1 até 3 ! e assim por diante. Veja que cada posição dessa sequência é ocupada por um número. Por exemplo, na primeira vez que o número 5 aparece na sequência ele ocupa a posição 8. Determine qual número ocupa a posição 10000.

PROBLEMA 5. Considere a sequência 1, 23, 456, 78910, 1112131415, . . . , construída com os algarismos que obtemos ao escrever os inteiros a partir do um. O primeiro termo é o primeiro inteiro positivo, o segundo termo tem os algarismos dos dois inteiros seguintes, o terceiro termo tem os algarismos dos três inteiros seguintes, e assim por diante.
Letra A) Qual é o algarismo das unidades do décimo termo desta sequência? Não se esqueça de justificar a sua resposta.
Letra B) Qual é o termo desta sequência em que aparece pela primeira vez, nessa ordem, a sequência de algarismos 2013?
Por exemplo, a sequência 121 aparece pela primeira vez no quinto termo, 1112131415.

PROBLEMA 6. Encontre o termo geral da sequência que satisfaz as seguintes relações: $a_1 = 0$, $a_2 = 1$ e $a_{n+2} = 2a_{n+1} - 2a_n$

PROBLEMA 7. Determine se existe uma sequência infinita de inteiros positivos não necessáriamente distintos $a_1, a_2 a_3$ tal que para qualquer inteiro positivo m e n onde $1 \leq m < n$, o numero $a_{m+1} + a_{m+2} + ... + a_n$ não é divisível por $a_1 + a_2 + ... + a_m$

PROBLEMA 8. Seja X_0, X_1, . . . uma sequência de reais que satisfaz as seguintes condições
(i) $X_{2k} = (4.X_{2k-1} - X_{2k-2})^2$, para k inteiro positivo
(ii) $X_{2k+1} = |\frac{X_{2k}}{4} - k^2|$, para k inteiro não negativo
e com $X_0 = 1$.
Letra A) Encontre o valor de .
Letra B) Mostre que existem infinitos números ímpares nessa sequência que são múltiplos de 2021.

Bons estudos!