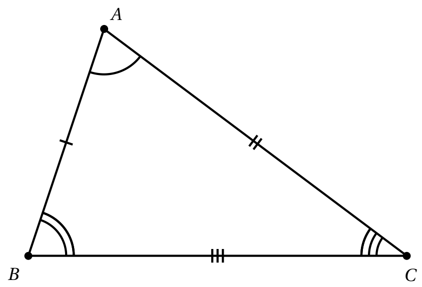
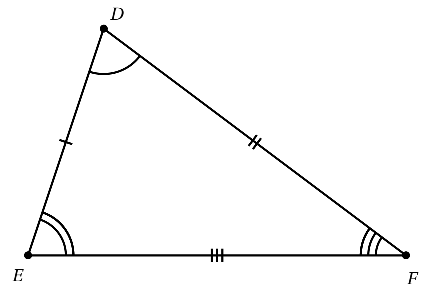
**Prof. Cícero Thiago**

**Assuntos:**
- *Congruência de triângulos*
- *Paralelismo*
- *Soma dos ângulos internos de um triângulo*

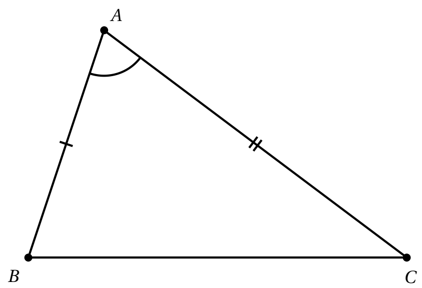
**Definição 1.** Dois triângulos $\Delta ABC$ e $\Delta DEF$ são ditos congruentes ($\Delta ABC \equiv \Delta DEF$) se:

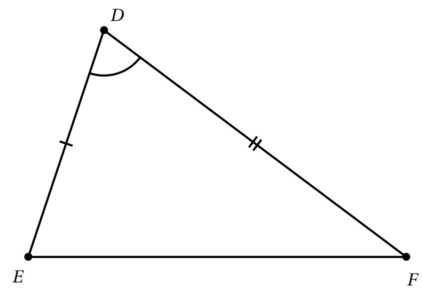


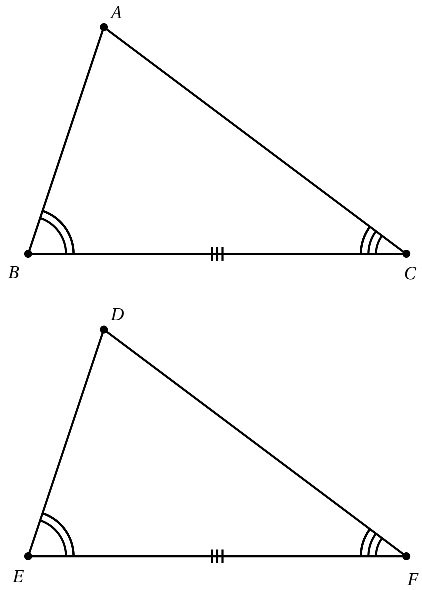

$$\begin{array}{lcl} AB = DE & & \angle A = \angle D \\ AC = DF & \text{e} & \angle B = \angle E \\ BC = EF & & \angle C = \angle F \end{array}$$

**Axioma 1. (Caso de Congruência de Triângulos - LAL)**
Sejam $ABC$ e $DEF$ triângulos quaisquer, tais que, $AB = DE$, $\angle A = \angle D$ e $AC = DF$, então $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$.

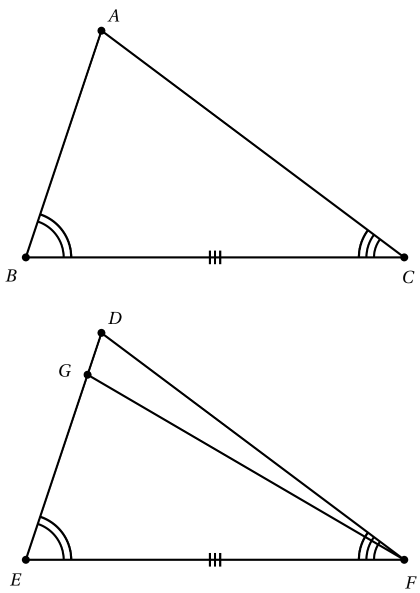


**Teorema 1. (Caso de Congruência de Triângulos - ALA)**
Sejam $ABC$ e $DEF$ triângulos quaisquer, tais que, $\angle B = \angle E$, $BC = EF$ e $\angle C = \angle F$, então os triângulos são congruentes.

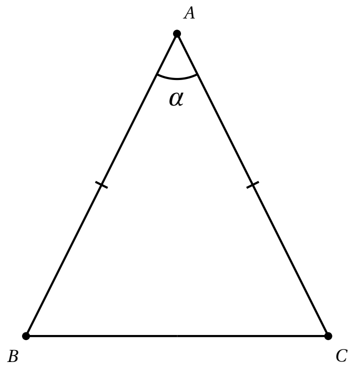



**Demonstração 1.** Temos que pela lei da tricotomia uma das três sentenças é verdadeira: $AB = DE$, $AB < DE$ ou $AB > DE$. Se $AB = DE$, temos que os triângulos serão congruentes pelo caso **LAL**. Assuma, sem perda de generalidade, que $AB \neq DE$. Então $AB < DE$ ou $AB > DE$. Tome $AB < DE$. Seja $G$ o ponto sobre o lado $DE$ tal que $EG = AB$. Como $AB = EG$, $\angle B = \angle E$ e $BC = EF$, segue que os triângulos $ABC$ e $GEF$ são congruentes, pelo caso **LAL**. Portanto, $\angle ACB = \angle GFE$. Contradição, pois $\angle ACB > \angle GFE$. O caso em que $AB > DE$ é análogo. Portanto, $AB = DE$ e, pelo caso **LAL**, os triângulos $ABC$ e $DEF$ são congruentes.

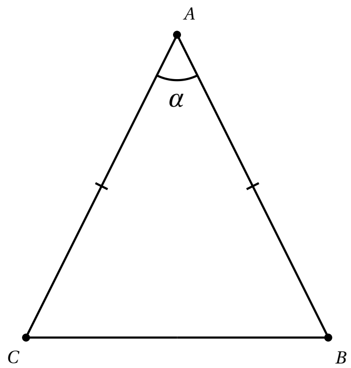


**Exemplo 1.** Seja $ABC$ um triângulo tal que $AB = BC$, então $\angle ABC = \angle ACB$.

*Solução.* Seja $ABC$ um triângulo tal que $AB = BC$ e $\angle A = \alpha$.

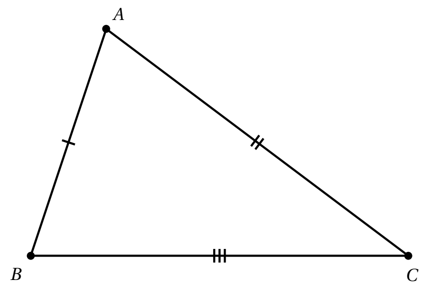


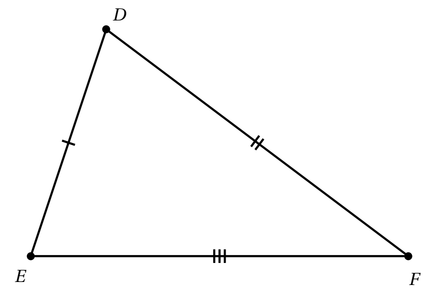

Seja $ACB$ um triângulo tal que $AC = AB$ e $\angle A = \alpha$.



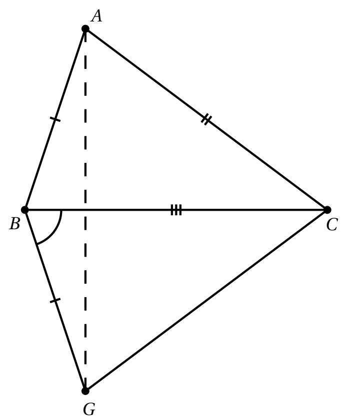

Temos que $\Delta ABC \equiv \Delta ACB$, pelo caso **LAL** e, com isso, $\angle B = \angle C$.

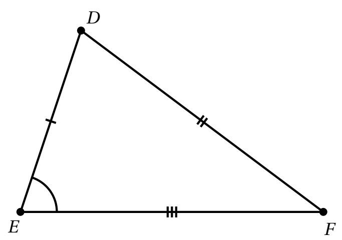
*Teorema* 2. **(Caso de Congruência de Triângulos - LLL)**
Se dois triângulos têm ordenadamente congruentes os três lados, então esses triângulos são congruentes.



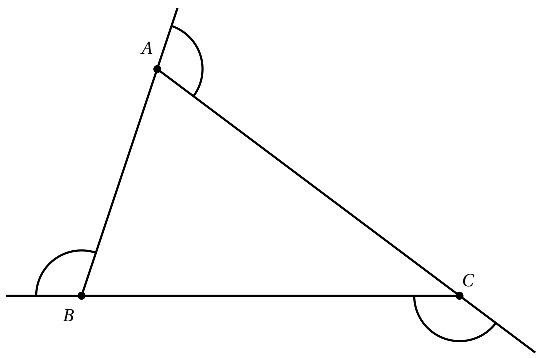




*Demonstração* 2. Seja $G$ um ponto do semiplano determinado pela reta $BC$, que não contém o ponto $A$, tal que $\angle GBC = \angle DEF$ e $GB = DE$. Pelo caso **LAL** temos que $\Delta GBC \equiv \Delta DEF$. Provemos agora, que $\Delta ABC \equiv \Delta GBC$. Sabemos que $GB = DE = AB$ e como em todo triângulo isósceles os ângulos da base são iguais, então $\angle BAG = \angle BGA$. De maneira análoga, $\angle CAG = \angle CGA$. Portanto, $\angle BAC = \angle BGC$ e, assim, $\Delta ABC = \Delta GBC$ pelo caso **LAL**.



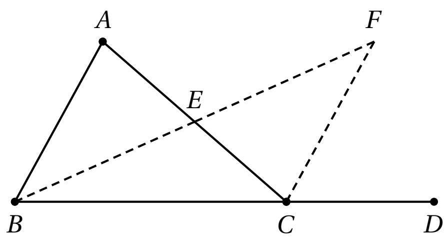




*Definição* 2. Um ângulo externo de um triângulo é um ângulo formado por um lado e pelo prolongamento de outro lado.



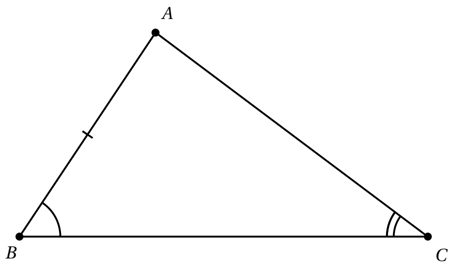

*Teorema* 3. Um ângulo externo de um triângulo é maior que qualquer um dos seus ângulos internos não adjacentes.

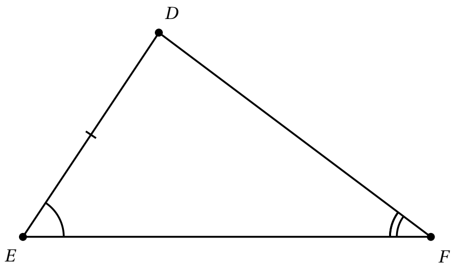
*Demonstração* 3.



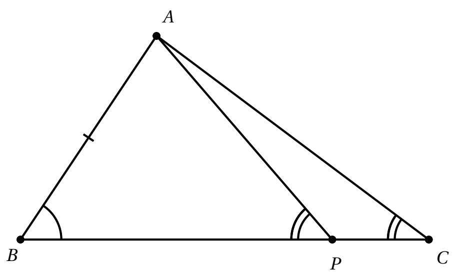

Seja $ABC$ um triângulo qualquer, $D$ um ponto sobre o prolongamento do lado $BC$, mais próximo de $C$, e $E$ o ponto médio de $AC$. Seja $F$ o ponto sobre o prolongamento da mediana $BE$ tal que $BE = EF$. Com isso, $\Delta BEA \equiv \Delta FEC$ pelo caso **LAL**, já que $AE = CE$, $BE = FE$ e $\angle BEA = \angle FEC$, pois são ângulos opostos pelo vértice. Então, $\angle A = \angle ECF$. Agora, fica fácil perceber, que $\angle ACD > \angle A$, pois $F$ é um ponto interior ao ângulo $\angle ACD$. De maneira análoga temos que $\angle ACD > \angle B$.

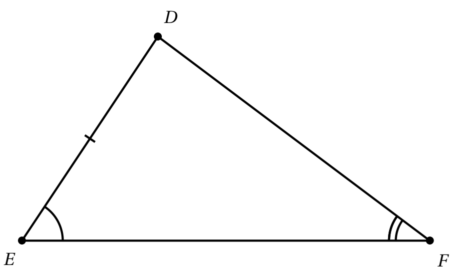
*Teorema* 4. **(Caso de Congruência de Triângulos - LAA)**
Sejam $ABC$ e $DEF$ dois triângulos quaisquer tais que $AB = DE$, $\angle B = \angle E$ e $\angle C = \angle F$. Então $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$.



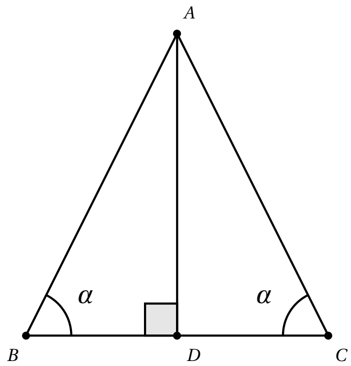

*Demonstração* 4. Temos que pela lei da tricotomia uma das três sentenças é verdadeira: $BC = EF$, $BC > EF$ e $BC < EF$. Se $BC = EF$ os triângulos $ABC$ e $DEF$ serão congruentes pelo caso **ALA**. Assuma, sem perda de generalidade, que $BC \neq EF$. Tome $BC > EF$. Dessa forma existe o ponto $P$, no interior do lado $BC$ do triângulo $ABC$, tal que $BP = EF$. Pelo caso **LAL** temos que $\Delta ABP \equiv \Delta DEF$ pois $AB = DE$, $\angle B = \angle E$ e $BP = EF$. Com isso, $\angle APB = \angle DFE = \angle ACB$. Isso é uma contradição pois, pelo teorema do ângulo externo no $\Delta APC$, $\angle APB > \angle ACB$. Assim, o ponto $P$ terá de coincidir com o ponto $C$ e, portanto, $\Delta ABC \equiv \Delta DEF$. O caso em que $BC < EF$ é análogo.



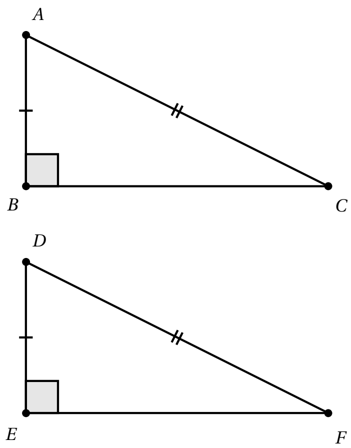

*Exemplo* 2. Seja $ABC$ um triângulo tal que $\angle ABC = \angle ACB$, então $AB = AC$.

*Solução.* Seja $D$ o ponto do segmento $BC$ tal que $AD \perp BC$. Temos que $\Delta ABD \equiv \Delta ACD$ pelo caso **LAA**.

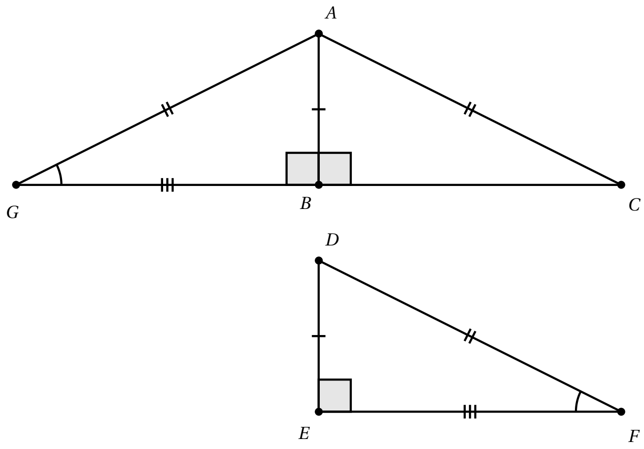



O quinto caso de congruência de triângulos é especial para triângulos retângulos.

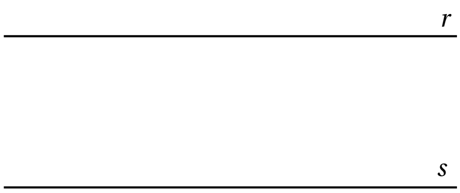
*Teorema* 5. **(Caso de congruência cateto - hipotenusa)**
Sejam $ABC$ e $DEF$ dois triângulos retângulos, tais que os catetos $AB$ e $DE$ são iguais, e as hipotenusas $AC$ e $EF$ também são iguais, então, os triângulos são congruentes.



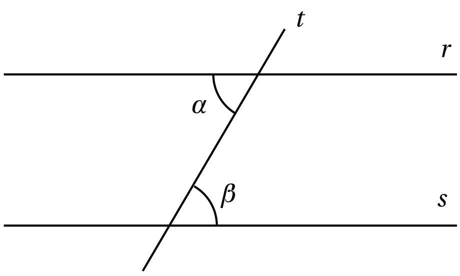

*Demonstração* 5. Seja $P$ um ponto sobre o prolongamento do $BC$, mais próximo de $B$ no triângulo $ABC$, tal que $PB = EF$. É fácil perceber, que $\Delta DEF \equiv \Delta ABP$, pelo caso **LAL**, pois $PB = EF$, $DE = AB$ e $\angle ABP = \angle DEF = 90°$. Por outro lado, $\Delta APC$ é isósceles de base $PC$, então $\angle APC = \angle ACP$. Pelo caso **LAA**, os triângulos $ABP$ e $ABC$ são congruentes. Assim provamos que os triângulos $ABC$ e $DEF$ são congruentes.




*Definição* 3. Duas retas coplanares $r$ e $s$ são ditas paralelas se não possuem pontos de intersecção.

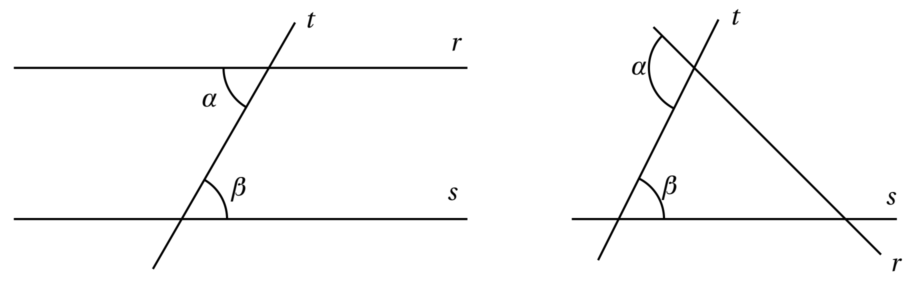



*Definição* 4. Na figura abaixo as retas $r$ e $s$ são paralelas, a reta $t$ é chamada de transversal e os ângulos $\alpha$ e $\beta$ são chamados de alternos internos.




*Teorema* 6. Se duas retas cortadas por uma transversal formam dois ângulos alternos internos congruentes, então as retas são paralelas.

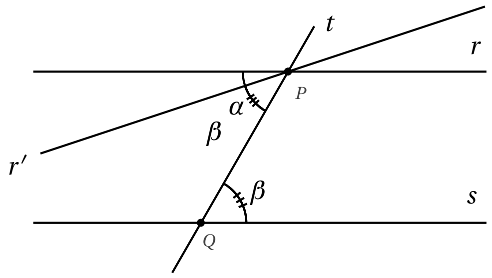
*Demonstração* 6. Sejam $r$ e $s$ duas retas cortadas por uma transversal nos pontos $P$ e $Q$, respectivamente. Sejam $\alpha$ e $\beta$ os ângulos alternos internos congruentes. Na figura da direita o triângulo determinado pelas retas contraria o teorema do ângulo externo devendo ter $\alpha > \beta$.




*Axioma* 2. (**Axioma das paralelas**) Por um ponto não pertencente a uma reta dada, passa uma única reta paralela a essa reta.

*Teorema* 7. Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, então os ângulos alternos internos são congruentes.

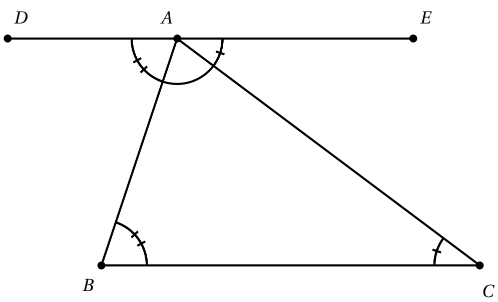
*Demonstração* 7. Considere as retas paralelas $r$ e $s$, e uma transversal $t$ que as corta em $P$ e $Q$, respectivamente.



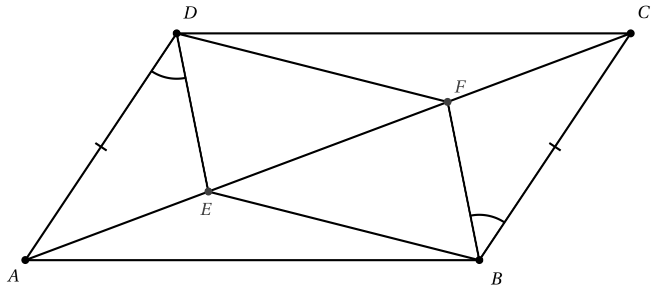

Assuma que os ângulos alternos internos $\alpha$ e $\beta$ não sejam congruentes. Seja $r'$ uma reta que passa por $P$ formando com $s$ e $t$ ângulos alternos internos congruentes $\beta$. Pelo teorema 6 temos que $r' \parallel s$, o que contraria o axioma das paralelas pois teremos duas retas distintas $r$ e $r'$ passando por $P$ e paralelas a $s$. Logo $\alpha = \beta$.

*Teorema* 8. A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°.

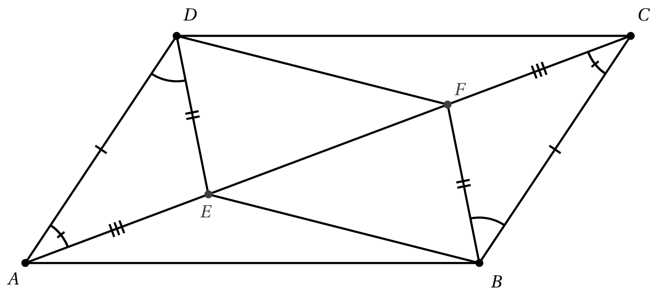
*Demonstração* 8. Pelo vértice $A$ vamos trace uma reta paralela ao lado $BC$. Já sabemos que $\angle ABC = \angle DAB$, pois são alternos internos e, pelo mesmo motivo, $\angle ACB = \angle CAE$. Então, $\angle DAB + \angle BAC + \angle CAE = 180°$ e, com isso, $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180°$.




*Exemplo* 3. Na figura, $AD = BC$, $AD \parallel BC$, $E$ e $F$ estão sobre o segmento $AC$ tal que $\angle ADE = \angle CBF$. Prove que $AB \parallel CD$ e $DF = EB$.



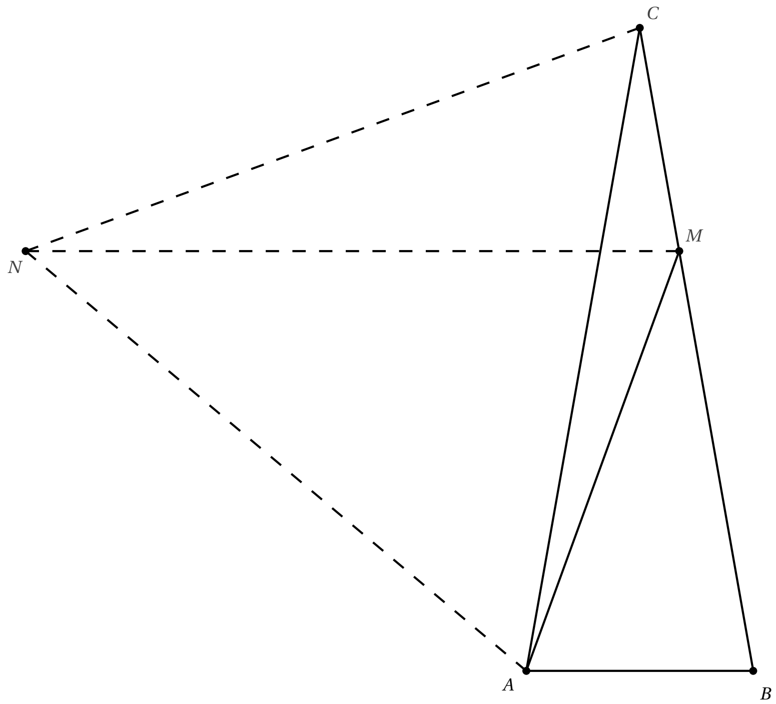

*Solução.* Como $AD \parallel BC$ então $\angle DAE = \angle BCF$. Temos que $\Delta DAC \equiv \Delta BCA$ pelo caso **LAL** e, com isso, $\angle DCA = \angle BAC \Rightarrow AB \parallel CD$. Por outro lado temos que $\Delta DAE \equiv \Delta BCF$ pelo caso **ALA** e, com isso, $DE = BF$ e $AE = CF$.




Além disso $AF = AE + EF = CF + EF = CE$. Então $\Delta ADF \equiv \Delta CBE$ pelo caso **LAL** e, com isso, $DF = BE$. Portanto, pelo caso **LAL**, temos que $\Delta DFE \equiv \Delta BEF$ e, com isso, $DF = BE$.

*Exemplo* 4. Seja $ABC$ um triângulo isósceles com $\angle A = \angle B = 80°$. Seja $M$ o ponto sobre o lado $BC$ tal que $CM = AB$. Determine a medida do ângulo $\angle AMB$.

*Solução.* Construa o triângulo $MNC$ congruente ao triângulo $ABC$ e, em seguida, ligue o vértice $N$ ao vértice $A$. Temos que $\angle ACB = 20°$ e $\angle NCM = \angle CAB = 80°$. Com isso, $\angle NCA = 80° - 20° = 60°$. Como os triângulos $ABC$ e $MNC$ são congruentes e isósceles temos que $AC = NC$. Portanto o triângulo $NCA$ é equilátero, $\angle CNA = 60°$ e $\angle ANM = 60° - 20° = 40°$. Como $NA = NM$ temos que $\angle NMA = \angle NAM = 70°$. Por fim, $\angle AMC = 80° + 70° = 150°$ e $\angle AMB = 180° - 150° = 30°$.




## Exercícios propostos

1. (***) Seja $ABC$ um triângulo isósceles, com $AB = BC$ e $\angle ABC = 82°$. Seja $M$ um ponto no interior do triângulo tal que $AM = AB$ e $\angle MAC = 11°$. Ache a medida do ângulo $\angle MCB$.

2. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que $\angle ABC = 2\angle BCA$, ademais, seja $D$ o ponto do lado $BC$ tal que $AD$ é bissetriz do ângulo $\angle CAB$ e $CD = AB$. Calcule as medidas dos ângulos do triângulo $ABC$.

3. (**) As bissetrizes internas dos ângulos $\angle A$ e $\angle C$ do triângulo $ABC$ cortam-se no ponto $I$. Sabe-se que $AI = BC$ e que $\angle ICA = 2\angle IAC$. Determine a medida do ângulo $\angle B$.

4. (*) No triângulo $ABC$ isósceles de base $BC$, os pontos $D$ e $F$ estão sobre o lado $AB$ e $E$ está sobre o lado $AC$, de tal forma que $BC = CD = DE = EF = FA$. Determine a medida do ângulo $\angle BAC$.

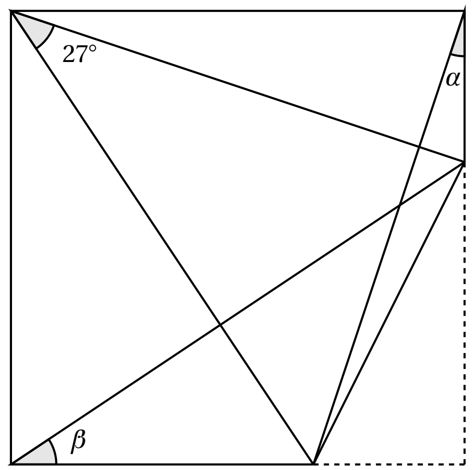
5. (****)Seja $ABC$ um triângulo isósceles com $\angle ABC = 20°$ e $AB = BC$. Sejam os pontos $E$ no segmento $BC$ e $D$ no segmento $AB$ tais que $\angle CAE = 50°$ e $\angle ACD = 60°$. Determine a medida do ângulo $\angle CDE$.

6. (*) Seja $ABC$ um triângulo isósceles com $AB = AC$. Seja $E$ um ponto sobre o lado $AC$, $D$ um ponto sobre o lado $BC$ tais que $AE = AD$ e $\angle BAD = 48°$. Determine a medida do ângulo $\angle CDE$.

7. (*) (ITA) Considere o triângulo $ABC$ isósceles em que o ângulo distinto dos demais, $\angle BAC$, mede 40°. Sobre o lado $AB$, tome o ponto $E$ tal que $\angle ACE = 15°$. Sobre o lado $AC$, tome o ponto $D$ tal que $\angle DBC = 35°$. Então, o ângulo $\angle EDB$ vale
(a) 35° (b) 45° (c) 55° (d) 75° (e) 85°

8. (**) Um triângulo $ABC$ é tal que $\angle C = 2\angle A$ e $AC = 2BC$. Prove que este triângulo é retângulo.

9. (*) O canto de um quadrado de cartolina foi cortado com uma tesoura. A soma dos comprimentos dos catetos do triângulo recortado é igual ao comprimento do lado do quadrado. Qual o valor da soma dos ângulos $\alpha$ e $\beta$ marcados na figura abaixo?




10. (***) Seja $ABCDE$ um pentágono convexo, tal que $AE = ED$ e $BC = CD$. Se $\angle BAE + \angle EDC + \angle CBA = 360°$ e $P$ é o ponto médio de $AB$. Prove que o triângulo $ECP$ é retângulo.

11. (*) No triângulo $OYZ$, os lados $OY$ e $OZ$ têm medidas iguais. Se $W$ é um ponto do lado $OZ$ tal que os segmentos $YW$, $WO$ e $YZ$ têm a mesma medida, então, a medida do ângulo $\angle YOZ$ é:
(a) 46° (b) 42° (c) 36° (d) 30°

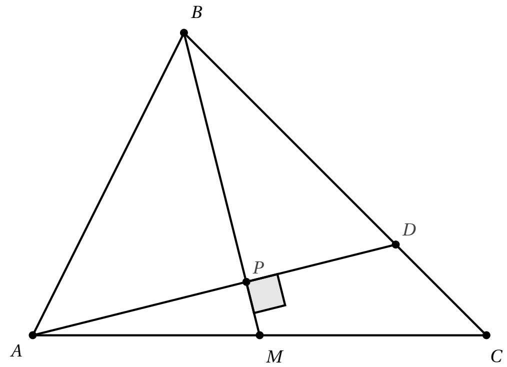
12. (*) O triângulo $MNP$ é tal que o ângulo $\angle M = 80°$ e o ângulo $\angle P = 60°$. A medida do ângulo formado pela bissetriz do ângulo interno $\angle N$ com a bissetriz do ângulo externo $\angle P$ é:
(a) 20° (b) 30° (c) 40° (d) 50° (e) 60°

13. (**) Seja $ABC$ um triângulo equilátero e seja $D$ um ponto sobre o lado $AB$. Seja $E$ o ponto no prolongamento de $AC$, mais próximo de $C$, tal que $BD = CE$. Se $G$ é a intersecção de $DE$ e $BC$ prove que $GD = GE$.

14. (**) Seja $ABC$ um triângulo equilátero e sejam $D$ e $E$ pontos sobre os prolongamentos de $AB$ e $BC$, mais próximos de $A$ e $C$, respectivamente, tais que $DC = DE$. Prove que $AD = AC + CE$.

15. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que $AC = BC = 5$ e $\angle ACB = 80°$. Se $O$ é um ponto no interior do triângulo $ABC$ tal que $\angle OAB = 10°$ e $\angle OBA = 30°$, determine o comprimento de $AO$.

16. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que $AM = MC$ e $BC = 2AP$. Determine a medida do ângulo $\angle ADB$.

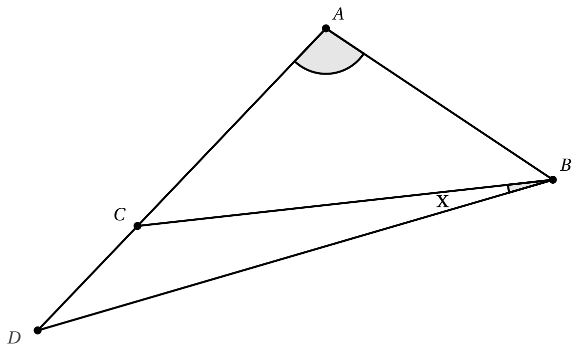



17. (**) Seja $ABC$ um triângulo e sejam $AH$ e $BM$ a altura e mediana relativas aos vértices $A$ e $B$, respectivamente. Se $N$ é a intersecção de $AH$ e $BM$ e $AN = BC$, determine a medida do ângulo $\angle MBC$.

18. (*) Os ângulos internos de um triângulo são proporcionais a 2, 3 e 4, respectivamente. Determine a medida do maior deles.

19. (*) Num triângulo $ABC$, o ângulo obtuso formado pelas bissetrizes internas dos ângulos $\angle B$ e $\angle C$ excede o ângulo $\angle A$ em 76°. Determine $\angle A$.

20. (***) Da figura, sabemos que $AB = AC$, $\angle A = 100°$ e $AD = BC$. Determine $x = \angle CBD$.




21. (*) Determine as medidas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo, sabendo que a mediana e a bissetriz relativas à hipotenusa formam um ângulo de 35°.

22. (**) Seja $ABC$ um triângulo retângulo isósceles com $\angle ACB = 90°$. Sejam $D$ o ponto médio de $BC$ e $E$ o ponto sobre $AB$ tal que $CE \perp AD$ em $F$. Prove que $\angle CDF = \angle BDE$.

23. (**) Sejam $BE$ e $CF$ alturas relativas aos lados $AC$ e $AB$ do triângulo $ABC$, respectivamente. Seja $P$ um ponto sobre $BE$ e $Q$ um ponto no prolongamento de $CF$, mais próximo de $F$, tais que $BP = AC$ e $CQ = AB$. Prove que $AP \perp AQ$.

24. (*) Seja $ABCD$ um quadrado e seja $E$ o ponto médio de $AD$. Se $BD$ e $CE$ se intersectam em $F$ prove que $AF \perp BE$.

25. (*) Prove que as bissetrizes dos ângulos agudos de um triângulo retângulo formam ângulos que independem dos valores daqueles ângulos agudos.

26. (*) (ITA) Seja $ABC$ um triângulo isósceles de base $BC$. Sobre o lado $AC$ desse triângulo considere o ponto $D$ tal que os segmentos $AD$, $BD$ e $BC$ sejam todos congruentes entre si. A medida do ângulo $\angle BAC$ é igual a:
(a) 23° (b) 32° (c) 36° (d) 40° (e) 45°

27. (*) $ABC$ é um triângulo isósceles no qual as bissetrizes internas $BD$ e $CE$ dos ângulos da base se cortam em $F$. Mostrar que os triângulos $BCF$ e $DEF$ são ambos isósceles.

28. (*) $BM$ e $CN$ são duas medianas de um triângulo $ABC$. Prolonga - se $BM$ de um segmento $MP = MB$ e $CN$ de um segmento $NQ = NC$. Demonstrar que os pontos $P$ e $Q$ são equidistantes do vértice $A$.

29. (**) Num triângulo $ABC$, traça - se a bissetriz do ângulo $\angle A$ e sobre ela tomam - se os segmentos $AE = AB$ e $AF = AC$. Une - se $B$ com $F$ e $C$ com $E$. Mostrar que $BF = CE$.

30. (**) Seja $D$ um ponto sobre o lado $BC$ de um triângulo $ABC$, tal que $\angle BAD = \angle DAC = 30°$ e $AB + BD = AC$. Determine a medida do ângulo $\angle ACB$.

31. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que $\angle BAC = 120°$. Seja $D$ o pé da altura relativa ao vértice $A$. Se $AB + BD = CD$, determine $\angle C$.

32. (**) Seja $ABC$ um triângulo equilátero de lado 1. Seja $D$ um ponto no exterior do triângulo $ABC$ tal que o triângulo $BCD$ é isósceles com $DB = DC$ e $\angle BDC = 120°$. Sejam $M$ e $N$ pontos sobre os lados $AB$ e $AC$, respectivamente, tais que $\angle MDN = 60°$. Determine o perímetro do triângulo $AMN$.

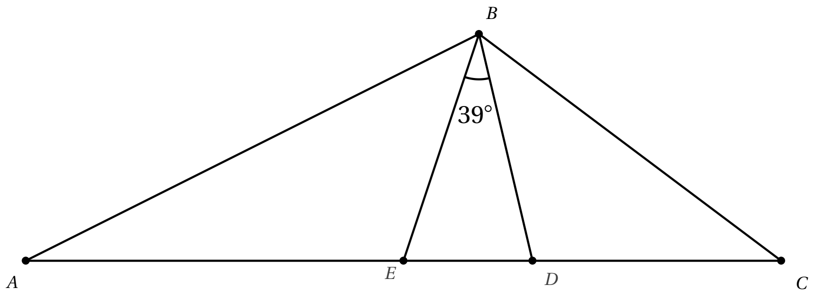
33. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que $\angle ACB = 60°$, $\angle BAC = 75°$. Sejam $D$ o ponto sobre $BC$ tal que $AD \perp BC$ e $E$ o ponto sobre $AC$ tal que $BE \perp AC$. Se $AD$ e $BE$ se intersectam em $H$ determine a medida do ângulo $\angle CHD$.

34. (**) Seja $ABC$ um triângulo equilátero e sejam $D$ um ponto no interior do triângulo $ABC$ e $P$ um ponto no exterior do triângulo tal que $AD = BD$, $AB = BP$ e $BD$ bissecta o ângulo $\angle CBP$. Determine a medida do ângulo $\angle BPD$.

35. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que as bissetrizes externas dos ângulos $\angle A$ e $\angle B$ intersectam os lados opostos nos pontos $D$ e $E$, respectivamente, de tal forma que $AD = AB = BE$. Determine a medida do ângulo $\angle A$.

36. (**) Seja $ABCD$ um quadrilátero convexo tal que $AB = AC$, $AD = CD$, $\angle BAC = 20°$ e $\angle ADC = 100°$. Prove que $AB = BC + CD$.

37. (*) (FGV) A figura representa um triângulo $ABC$, com $E$ e $D$ sendo pontos sobre $AC$. Sabe - se ainda que $AB = AD$, $CB = CE$ e que $\angle EBD = 39°$. Nas condições dadas a medida de $\angle ABC$ é:
(a) 102° (b) 108° (c) 111° (d) 115° (e) 117°



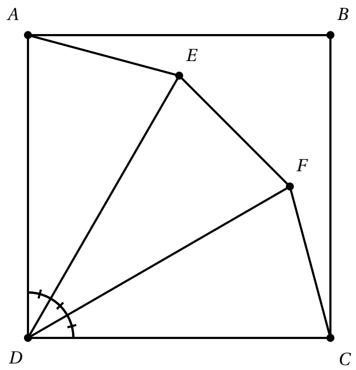

38. (**) Seja $ABC$ um triângulo e seja $D$ um ponto sobre o lado $AC$ tal que $\angle ABC = 80° + \angle BAC$ e $DC = BC$. Determine a medida do ângulo $\angle ABD$.

39. (**) Seja $ABC$ um triângulo isósceles de base $BC$ e seja $M$ um ponto sobre $AC$ tal que $AM = MB = BC$. Determine a medida do ângulo $\angle MBC$.

40. (**) Seja $ABC$ um triângulo e seja $M$ um ponto sobre $BC$ tal que $AB = BM$ e $\angle MAC = 10°$. Determine $\angle BAC - \angle BCA$.

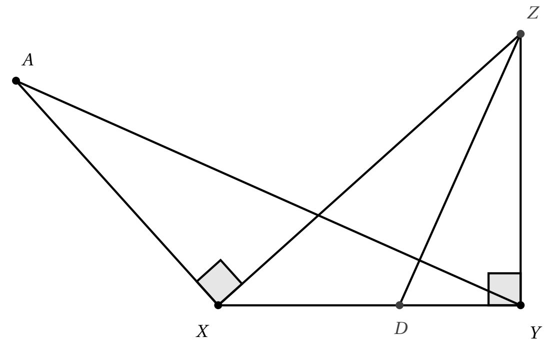
41. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que $\angle C = 60°$. Sejam $D$ e $E$ pontos sobre os lados $AB$ e $AC$, respectivamente, tais que $\angle AED = 35°$ e $BD = BC = EC$. Determine a medida do ângulo $\angle A$.

42. (**) Seja $ABCD$ um quadrado e sejam $E$ e $F$ pontos no interior tais que $DA = DE = DF = DC$ e $\angle ADE = \angle EDF = \angle FDC$. Prove que o triângulo $BEF$ é equilátero.

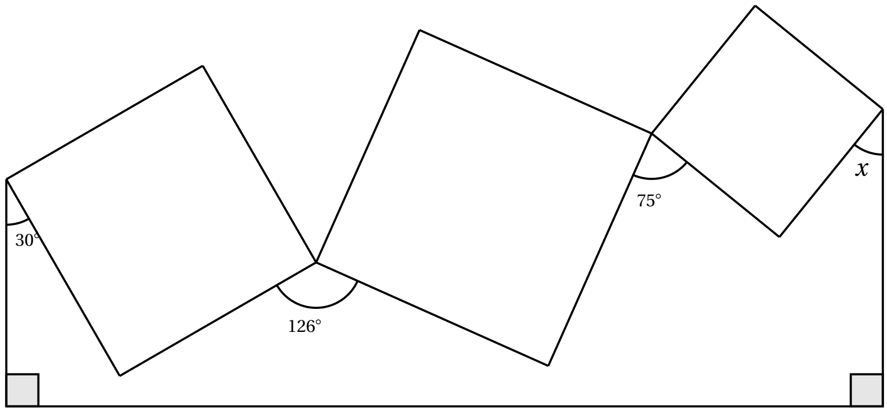



43. (**) Existem dois possíveis triângulos tais que $AB = 13$, $BC = 10$ e $\angle A = 40°$. Qual a soma dos dois possíveis valores do ângulo $\angle B$?

44. (**) Na figura temos que $\angle XYZ = \angle AXZ = 90°$, $AX = XY$ e $\angle XZD = \angle YZD$. Prove que $ZD \perp AY$.



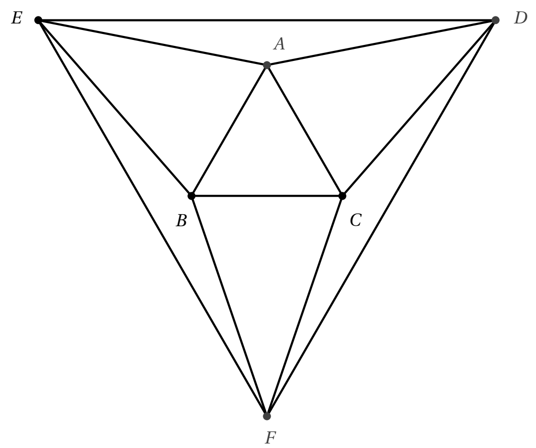

45. (**) Três quadrados são colados entre si e a dois bastões verticais, como mostra a figura.




A medida do ângulo $x$ é:
(a) 39° (b) 41° (c) 43° (d) 44° (e) 46°

46. (*) Seja $ABC$ um triângulo e sejam $P$, $Q$ e $R$ pontos sobre os lados $BC$, $CA$ e $AB$, respectivamente, tais que $AQ = AR$, $BP = BR$ e $CP = CQ$. Se $\angle PQR = 75°$ e $\angle PRQ = 35°$, determine as medidas dos ângulos do triângulo $ABC$.

47. (*) Na figura o triângulo $ABC$ é equilátero e $AE = EB = BF = CF = AD = CD$. Prove que o triângulo $DEF$ équilátero.




48. (**) Seja $ABC$ um triângulo tal que $AD \perp BC$, com $D \in BC$, $BE \perp AC$, com $E \in AC$ e $F$ a intersecção de $AD$ e $BE$. Se $BF = AC$, determine a medida do ângulo $ABC$.

**Respostas**

01. 19° 02. 36°, 72° e 72° 03. 60° 04. 20° 05. 30° 06. 24° 07. D 09. 63° 11. C 12. C 15. 5 16. 60° 17. 45° 18. 80° 19. 28° 20. 10° 21. 80° e 10° 26. C 30. 40° 31. 20° 32. 2 33. 45° 34. 30° 35. 12° 37. A 38. 40° 39. 36° 40. 20° 41. 50° 43. 100° 45. A 46. $\angle A = 40°$, $\angle B = 30°$ e $\angle C = 110°$ 48. 45°