

Problema 1. Ache todos os números reais x tais que

$$\sqrt{x+2} = x - 4.$$

Problema 2. (OBM) Sejam a e b as raízes da equação quadrática

$$(x-2)(x-3) + (x-3)(x+1) + (x+1)(x-2) = 0.$$

Determine o valor de

$$\frac{1}{(a+1)(b+1)} + \frac{1}{(a-2)(b-2)} + \frac{1}{(a-3)(b-3)}.$$

Problema 3. (OBM) Sejam a, b, c, d reais distintos tais que a, b são raízes de $x^2 - 3cx - 8d = 0$ e c, d são raízes de $x^2 - 3ax - 8b = 0$. Qual é o valor de $a + b + c + d$?

Problema 4. Sejam a, b, c números reais com $c(a+b+c) < 0$. Mostre que $b^2 > 4ac$.

Problema 5. Sejam a, b reais maiores que ou iguais a 4. Mostre que pelo menos uma das equações

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + bx + a = 0$$

tem raiz real.

Problema 6. Sejam a, b, c inteiros positivos ímpares. Mostre que $ax^2 + bx + c = 0$ não tem raízes racionais.

Problema 7. (OBM 2014) Sejam p e q inteiros. Sabendo que $x^2 + px + q$ é positivo para todo x inteiro, prove que a equação $x^2 + px + q = 0$ não possui solução real.

Problema 8. (Repúblicas Tcheca e Eslovaca) Encontre todos os pares de inteiros a, b tais que a soma $a + b$ seja uma raiz da equação $x^2 + ax + b = 0$.