Conhecendo a Geometria (de verdade)

Prof$^{\underline{a}}$ Luiza Clara Pacheco

26$^{\underline{a}}$ Semana Olímpica - Nível 2

1 Tópicos

- Pontos Notáveis: Baricentro, Ortocentro, Circuncentro e Incentro
- Reta de Euler
- Círculo dos 9 pontos
- Incírculos e Excírculos

2 Problemas

Problema 1 Prove que o baricentro divide cada mediana na razão $2:1$.

Problema 2 (Isogonais) Dado O o circuncentro do triângulo acutângulo ABC e D a projeção de A sobre BC, prove que $D\hat{A}B = O\hat{A}C$.

Problema 3 Seja H o ortocentro do triângulo ABC. Seja X a reflexão do ponto H em relação à reta BC e Y a reflexão do ponto H em relação ao ponto médio de BC.
(a) Mostre que X pertence ao circuncírculo de ABC.
(b) Mostre que AY é diâmetro do circuncírculo de ABC.

Problema 4 (Triângulo Órtico) Seja DEF o triângulo formado pelos pés das alturas do triângulo ABC e seja H o ortocentro de ABC. Prove que H é incentro de DEF.

Problema 5 Seja H e O o ortocentro e circuncentro do triângulo ABC, respectivamente. Dado que M é o ponto médio do lado BC, prove que AH = 2OM.

Problema 6 (Reta de Euler) Demonstre que o ortocentro H, o baricentro G e o circuncentro O de um triângulo, não equilátero, são colineares e prove a seguinte relação: $GH = 2GO$.

Problema 7 Em um triângulo ABC, seja D a projeção de A sobre BC e H o ortocentro. Dado M, N e Ha pontos médios de BC, CA e AH, respectivamente, prove que DMNHa forma um quadrilátero cíclico

Problema 8 (Círculo dos 9 pontos) Demonstre que os pés das alturas de um triângulo, os pontos médios do três lados e os pontos médios dos segmentos que ligam os vértices ao ortocentro estão sobre uma circunferência.

Problema 9 Prove que o centro do Círculo dos 9 Pontos é o ponto médio do segmento formado pelo ortocentro e pelo circuncentro.

Problema 10 Seja ABC um triângulo e I seu incentro. Seja E o ponto de interseção de AI com a circunferência circunscrita ao triângulo ABC.
(a) Prove que IE = IB = IC.
(b) Seja Ia a reflexão de I em relação ao ponto E. Prove que BIa e CIa são bissetrizes externas de ABC.