

Acerte o alvo (jogos)

Rodrigo Porto

1 Introdução

Esta lista contém alguns jogos interessantes. Abaixo estão algumas ideias que podem ser úteis nestes tipos de problema:

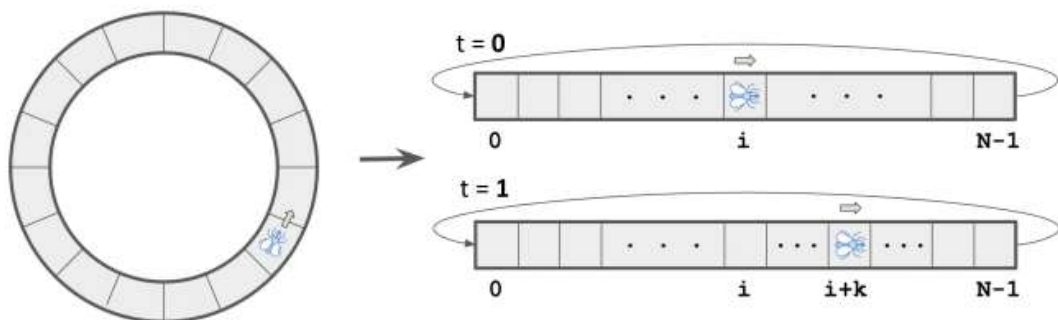
- Defina uma recorrência ou use indução
- Faça casos pequenos - simplifique o problema!

Divirtam-se!

2 Problems

1. Você acorda no meio da noite com um zumbido de mosca repentino ao seu redor. Já que você tem medo de ser picado por insetos, você quer acertar a mosca o mais rápido possível possível para acabar com seu zumbido, mas você não consegue ver a mosca no quarto escuro. Seu quarto é um círculo e você sabe que a mosca se movimenta ao redor de um círculo com n posições, indexadas de 0 a $n - 1$.

A mosca começa em algum índice inicial (digamos s) que vemos como sua posição no tempo $t = 0$, quando você acorda, e a cada segundo ela se move k índices ao redor do círculo no sentido horário. A cada instante, você pode escolher uma posição e acertá-la.



- Prove que são necessários pelo menos n movimentos para garantir que a mosca será acertada.
 - Prove que é possível acertar a mosca em n^2 movimentos.
 - (Bônus) É possível acertar a mosca em menos movimentos?
2. Você e a mosca agora estão na reta real \mathbb{R} e a mosca se movimenta k posições a cada instante numa mesma direção (esquerda ou direita). Ela inicia seu movimento na posição $s \in \mathbb{Z}$ e é sabido que: $|s| + |k| \leq N$ para algum inteiro positivo N .
- Prove que são necessários pelo menos N movimentos para garantir que a mosca será acertada.
 - Prove que é possível acertar a mosca em $(N + 1)^2$ movimentos.
 - (Bônus) É possível acertar a mosca em menos movimentos?
3. Você mora num prédio de n andares e possui t ovos idênticos. Seu objetivo é determinar o primeiro andar em que seus ovos são quebrados ao jogá-los dele. Para isso, a cada momento, você pode escolher um dos n andares e jogar um de seus ovos dele. Se ele quebrar, você perde o ovo. Caso o contrário, seu ovo não sofre nenhum dano e você pode reutilizá-lo.
- Se $t = 1$, quantos lançamentos são necessários para determinar exatamente o andar.
 - Se $t > n$, qual o menor número possível de lançamentos necessários para se determinar o andar? Justifique sua resposta.
 - Se $t = 2$, prove que é possível determinar o andar em $\sqrt{2n}$ lançamentos.
 - Prove que existe uma constante c tal que para todo n , é possível determinar o andar em no máximo $c \cdot \sqrt[n]{n}$ lançamentos.
4. As duas pernas de um compasso estão localizadas em dois pontos distintos de coordenadas inteiras no \mathbb{R}^2 . A distância entre as duas pernas não pode ser alterada. A cada momento, é permitido fixar uma das pernas e mover a outra perna para qualquer outro ponto de coordenadas inteiras. É possível mudar as posições das duas pernas após um número finito de passos?
5. No centro de um quadrado está um coelho e em cada vértice deste quadrado par, um lobo. Os lobos movem-se apenas pelas laterais do quadrado e o coelho move-se livremente no plano. Sabendo que o coelho se move a uma velocidade de 10 km/h e que os lobos se movem a uma velocidade máxima de 14 km/h, determine se existe uma estratégia para o coelho sair da praça sem ser pego pelos lobos.