

XXVIII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª. e 6ª. Séries)

PROBLEMA 1

Considere as seguintes seqüências:

S_1 : 12345678, 81234567, 78123456, ..., na qual o último algarismo do termo anterior (algarismo das unidades) torna-se o primeiro algarismo à esquerda do próximo termo.

S_2 : 1234567898765, 5612345678987, 7856123456789, ..., na qual o algarismo das unidades torna-se o primeiro algarismo à esquerda do próximo termo, e o das dezenas torna-se o segundo algarismo à esquerda.

- Apresente o quinto termo da seqüência S_1 e o quarto termo da seqüência S_2 .
- A seqüência S_1 tem 2006 termos. Qual é o seu último termo?
- A seqüência S_2 termina quando o primeiro termo se repete. Quantos termos tem essa seqüência?

PROBLEMA 2

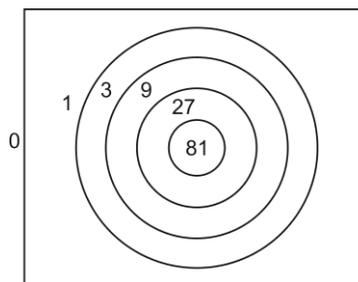
Na adição abaixo, cada símbolo representa um único algarismo e símbolos diferentes representam algarismos diferentes.

$$\begin{array}{r}
 \square \triangle \\
 + \triangle \odot \\
 \odot \square \\
 \hline
 \square \triangle \odot
 \end{array}$$

Determine o valor de cada símbolo, ou seja, descubra tais valores e mostre que não existem outras possibilidades.

PROBLEMA 3

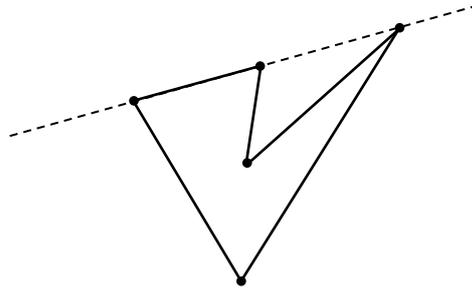
Um atirador lança flechas no alvo representado ao lado. Os números indicam a pontuação obtida em cada região atingida pela flecha (se a flecha acertar exatamente uma linha, a pontuação é a menor das duas regiões). Note que a região fora do retângulo não rende pontos.



- Se numa competição, cada participante atira 2 flechas, quantas pontuações diferentes podem ser obtidas?
- Numa outra competição, cada participante atirou 3 flechas. Curiosamente, não houve empates e todas as pontuações possíveis foram atingidas. Quantos participantes havia nesta competição?

PROBLEMA 4

Dentre os polígonos de 5 lados, o maior número possível de vértices alinhados, isto é, pertencentes a uma única reta, é três, como mostrado a seguir.



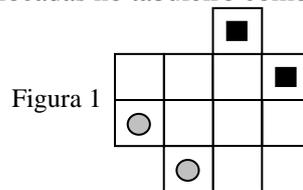
Qual é a maior quantidade de vértices alinhados que um polígono de 12 lados pode ter?

Atenção: além de desenhar um polígono de 12 lados com o número máximo de vértices alinhados, lembre-se de mostrar que não existe um outro polígono de 12 lados com mais vértices alinhados do que este.

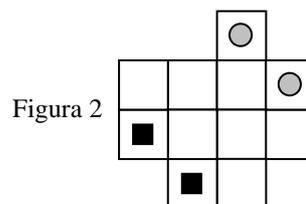
PROBLEMA 5

A partir do tabuleiro mostrado nas figuras abaixo e quatro peças, duas circulares cinzas e duas quadradas pretas, Esmeraldinho inventou o seguinte jogo:

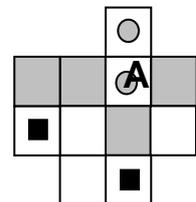
- Inicialmente, as peças são colocadas no tabuleiro como mostra a figura 1.



- A meta do jogo é, após um certo número de movimentos, trocar as peças de posição, chegando na situação mostrada na figura 2.



- Cada movimento consiste em mover uma das quatro peças uma ou mais casas acima, abaixo, à esquerda ou à direita; todavia, tal peça não pode “pular” nenhuma peça que, eventualmente, esteja no caminho, ou ocupar uma casa onde já existe uma peça. Por exemplo, a peça marcada com A só pode se mover para alguma das casas destacadas em cinza.



- Os movimentos dos círculos e dos quadrados são alternados. O jogo começa com um movimento de um dos quadrados.

Determine a menor quantidade total de movimentos necessários para terminar o jogo. Mostre, passo-a-passo, através de desenhos, como movimentar as peças com esta quantidade de movimentos e prove que não é possível terminar o jogo com menos movimentos.