

JOGOS MATEMÁTICOS, DIVERSÃO E COMPETIÇÃO

1) Temos três montes de pedras: um com 10 pedras, outro com 15 e o último com 20. Em cada jogada, o jogador da vez escolhe um dos montes e o divide em dois montes menores. O jogador que não pode fazer isso perde. Quem ganha, o primeiro ou o segundo jogador?

2) Os números de 1 a 20 estão escritos em uma linha. Dois jogadores se revezam colocando sinais de mais e de menos entre os números. Depois de colocados todos os sinais, a expressão resultante é calculada. O primeiro jogador vence se o resultado for par e o segundo vence se for ímpar. Quem vai vencer e como?

3) Estão escritos em um quadro dez algarismos iguais a 1 e dez algarismos iguais a 2. Em cada jogada, o jogador da vez pode apagar dois algarismos quaisquer. Se os dois algarismos apagados forem iguais, eles serão substituídos por um 2. Se forem diferentes, serão substituídos por um 1. Se no final, sobrar um 1, vence o primeiro jogador, se sobrar um 2 vence o segundo. Determine qual jogador vencerá.

4) Dois jogadores se revezam colocando moedas de um centavo em uma mesa redonda, sem empilhar uma moeda em cima da outra. O jogador que não puder colocar uma moeda perde. Qual jogador ganha?

5) Dois jogadores se revezam colocando reis em um tabuleiro 9x9 de modo que não possam se atacar mutuamente. Perde o jogador que não conseguir fazer sua jogada. Quem ganha?

6)

a) Dois jogadores se revezam colocando bispos em um tabuleiro de xadrez. Em cada jogada, o bispo colocado tem que atacar pelo menos uma posição que não está sob o ataque de outro bispo. Considere que um bispo “ataca” o quadrado onde ele está. Perde o jogador que não conseguir fazer sua jogada. Determine qual jogador ganhará.

b) Considere o mesmo jogo, mas agora com torres.

7) Dado um tabuleiro 10x10 com cores alternadas, dois jogadores se revezam cobrindo pares de quadrados com dominós. Cada dominó consiste em um retângulo

com 1 quadrado de largura e 2 quadrados de comprimento (que podem ser colocados na posição horizontal ou vertical). Um dominó não pode ser colocado com um quadrado em cima de outro dominó. Perde o jogador que não conseguir colocar seu dominó.

POSIÇÃO VENCEDORA

1. Compreenda o jogo

Verifique as regras do jogo, incluindo:

- O conjunto de estados ou posições possíveis.
- As jogadas permitidas em cada estado.
- A condição de vitória ou derrota (por exemplo, o último jogador a realizar uma jogada ganha).

Exemplo: Considere um jogo de pilhas de fósforos, onde os jogadores removem 1, 2 ou 3 fósforos por turno, e o jogador que não pode realizar uma jogada perde.

2. Classificar as Posições

As posições podem ser classificadas em:

- **Posição vencedora:** Uma posição em que o jogador a jogar tem uma estratégia que o levará à vitória, independentemente das jogadas do oponente. (Em um jogo desse formato percebe-se que uma posição vencedora não pode/vai efetuar uma jogada para outra posição vencedora, pois entregaria a vitória para o adversário)
- **Posição perdedora:** Uma posição em que qualquer jogada levará o jogador para uma posição vencedora do oponente.

3. Análise Baseada no Retrocesso

Comece analisando o jogo do final para o início:

- **Posições finais:** Classifique como perdedoras, porque o jogador não pode fazer uma jogada (ex.: posição de 0 fósforos no exemplo anterior).



- **Retroceder:** Analise as posições imediatamente anteriores. Se, para qualquer jogada, o jogador pode colocar o oponente em uma posição perdedora, a posição atual é vencedora.

No exemplo:

- 0 fósforos → Posição perdedora (o jogador perde).
- 1 fósforo → Posição vencedora (retire o último fósforo).
- 2 fósforos → Posição vencedora (retire 1 ou 2 fósforos).
- 4 fósforos → Posição perdedora (todas as jogadas levam a posições vencedoras para o oponente).

4. Identificar o Padrão

Ao classificar as posições, procure por padrões:

- Muitas vezes, as posições vencedoras seguem uma sequência ou um comportamento regular.
- No exemplo das pilhas de fósforos, posições múltiplas de 4 (0, 4, 8, 12, ...) são posições perdedoras. Essa regularidade permite generalizar.

5. Estender a Análise

Para jogos mais complexos:

- Use **notação matemática** para generalizar a descrição das posições (ex.: somas de números, congruências, sequências).
- **Formule invariantes:** Propriedades que permanecem constantes ao longo do jogo e ajudam a identificar a estratégia vencedora.
- **Utilize grafos:** Cada posição é um nó, e as arestas correspondem às jogadas. Um grafo dirigido ajuda a visualizar posições vencedoras e perdedoras.

6. Resolver o Problema

Com base na classificação das posições:

- Determine a estratégia ótima para qualquer posição inicial.
- Escreva a solução explicando a classificação das posições e a lógica da estratégia vencedora.

8) Coloca-se um rei na posição a1 de um tabuleiro de xadrez. Dois jogadores se revezam movendo o rei para cima, para a direita ou ao longo de uma diagonal indo para cima e para a direita. Vence o jogador que colocar o rei em h8.

9) Uma caixa contém 300 fósforos. Dois jogadores se revezam removendo não mais do que metade dos fósforos na caixa. Perde o jogador que não puder jogar na sua vez.

10) Temos três montes de pedras. O primeiro contém 50 pedras, o segundo 60 e o terceiro 70. Uma jogada consiste na divisão de cada um dos montes contendo mais de uma pedra em dois montes menores. Vence o jogador que deixar todos os montes com apenas uma pedra.

11) Temos duas pilhas de pedras, uma com 7 e outra com 5 pedras. Dois jogadores se revezam retirando um número arbitrário de pedras de uma das pilhas ou o mesmo número de cada pilha. Perde o jogador que não puder jogar na sua vez.

