

Álgebra em doses homeopáticas

Semana Olímpica 2025 - Prof. Diego Eloi

1 Word Problems

1. (OBM-12) Em Cajumirim, 20% das famílias que têm gatos (pelo menos um) também têm cachorros e 25% das famílias que têm cachorros também têm gatos. Como 20% das famílias não têm nem gato nem cachorro, qual é o percentual de famílias que possuem as duas espécies de bichos de estimação?
2. Certo banco brasileiro obteve um lucro de R\$ 4,1082 bilhões ao final do primeiro semestre de 2008. Esse valor representa um aumento de 2,5% em relação ao resultado obtido no mesmo período do ano passado. Qual é a soma dos dígitos do número inteiro que representa, em reais, o lucro desse banco no primeiro semestre de 2007?
3. Na escola de Esmeralda, neste ano, o aumento do número de alunos em relação ao ano passado foi de 10% para os meninos e 20% para as meninas. Há atualmente 230 alunos, exatamente 30 a mais do que no ano passado. Quantas meninas há na escola?
4. Doutor Eloi tem 180 ml de uma solução que contém 20% de ácido. Quantos ml de ácido (100%) deve ser adicionado a esta mistura de modo que o percentual de ácido na solução geral suba para 30%?
5. Indo para a casa da minha vó, dirigi a 60 Km por hora. Na volta, já que eu estava cansado, dirigi a 20 Km por hora. Qual foi a minha velocidade média neste trajeto?

2 Um pouco de fatoração, mas primeiro...

1. Encontre as soluções para o sistema:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = -\frac{7}{2} \\ \frac{6}{x} + \frac{4}{y} = 9 \end{cases}$$

2. (OBM-14) Determine o número de soluções inteiras e positivas da equação $x^2 - y^2 = 36$.
3. Encontre todas as soluções inteiras da equação $(x + 2y)(x - y) = 35$
4. Sejam a, b e c números reais positivos tais que $a(b + c) = 152$, $b(c + a) = 162$ e $c(a + b) = 170$. Determine o valor de abc .
5. Sejam a, b e c reais tais que $a \neq b$ e $a^2(b + c) = b^2(c + a) = 2025$. Calcule $c^2(a + b)$.
6. (OBMEP - 2017) Se $a - b = 1$ e $ab = 1$, qual é o valor de $a^2 + b^2$?
7. (OAM - 2009) Sabendo que $x + \frac{1}{x} = -10$, calcule o valor de $x^2 + \frac{1}{x^2} + 4$?
8. Encontre todos os pares de inteiros positivos (x, y) que satisfazem $x^3 - y^3 = 721$.