

---

# Otimização Discreta - Semana Olímpica

## Prof. Bruno Holanda

**Problema 1.** (Ucrânia 2021) Uma formiga está sobre um dos vértices de uma grade  $8 \times 8$ . Ela deve percorrer um caminho sobre as linhas dessa grade de modo a não passar duas vezes pelo mesmo ponto e que a faça voltar para o ponto de partida. Qual é o maior caminho que ela pode ter percorrido?

**Problema 2.** Determine o número mínimo de pontos marcados na superfície do cubo para que não haja duas faces do cubo contendo o mesmo número de pontos marcados. Um ponto em um canto ou lado de uma face é considerado um ponto nessa face.

**Problema 3.** Em um tabuleiro de  $8 \times 8$ , no sub-tabuleiro central  $2 \times 2$  é construída uma barreira. As rainhas são colocadas e tabuleiro, porém, não podem ser colocadas na barreira e não podem atacar umas às outras através dessa barreira. Determine o número máximo de rainhas que podem ser colocadas nesse tabuleiro de modo que nenhuma ataque uma à outra.

**Problema 4.** (Ucrânia 2021) Paulo colocou vários reis em um tabuleiro de xadrez  $8 \times 8$  de modo que eles não se atacassem, e nenhum novo rei pode ser adicionado sem violar esta regra.

- (a) Qual é o maior número de reis que ele poderia colocar no tabuleiro dessa maneira?
- (b) Qual é o menor número de reis que ele poderia colocar no tabuleiro dessa maneira?

---

**Problema 5.** (Olimpíada de Maio 2016) Qual é o número mínimo de casas de um tabuleiro  $5 \times 5$  que devemos pintar para que cada linha, cada coluna e cada sub-tabuleiro  $2 \times 2$  tenha pelo menos uma casa pintada?

**Problema 6.** Há uma formiga em cada um dos 64 quadrados de um tabuleiro  $8 \times 8$ . Após um sinal de alerta, simultaneamente, cada uma delas move-se para uma casa adjacente na mesma linha ou na mesma coluna. Qual é o número máximo de quadrados que podem ficar sem formigas após todas se moverem?

**Problema 7.** Sobre uma mesa há cinco bolsas idênticas, cada uma contém 30 moedas. Uma das bolsas contém apenas moedas de ouro; outra bolsa contém apenas moedas de prata; outra contém apenas moedas de bronze; e cada uma das outras duas bolsas possuem 10 moedas de cada tipo. Qual é a menor quantidade de moedas que devemos retirar (do grupo das cinco bolsas) de modo a termos certeza do conteúdo completo de pelo menos uma das bolsas?

**Problema 8.** Em um tabuleiro  $n \times n$  há 21 dominós. Cada dominó cobre perfeitamente duas casas do tabuleiro e não há dois dominós que se toquem (nem mesmo por um vértice). Determine o menor valor possível para  $n$ .