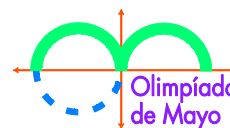


XXXIIª OLIMPÍADA de MAIO
Primeiro Nível
Maio de 2026



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não é permitido o uso de calculadoras; não é permitido consultar livros ou anotações.

Justifique cada uma das suas respostas.

Ao participar você se compromete a não divulgar os problemas até 30 de maio.

PROBLEMA 1

Ema tem que escrever um número e calcular a multiplicação de seus dígitos. O resultado tem que ser maior que 2026. Determine o menor número que Ema pode escrever.

(Por exemplo, a multiplicação dos dígitos do número 1234 é $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$.)

PROBLEMA 2

Ontem, Hernán olhou para seu relógio e eram 20:26. Ele percebeu que o dígito 2 aparecia duas vezes.

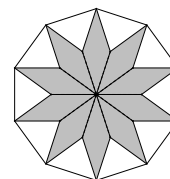
De 00:00 a 20:26 de ontem, quantas vezes apareceram no relógio ao menos dois dígitos iguais? Explicar como foi feita a contagem.

(Por exemplo, as 04:10, as 12:22 e as 15:51 apareceram pelo menos dois dígitos iguais.)

PROBLEMA 3

O azulejo de Flora está dividido em dez losangos iguais e dez triângulos iguais, como mostrado na figura.

Calcular as medidas dos ângulos dos losangos e dos triângulos.



PROBLEMA 4

Um número de 4 dígitos é dito *grande* se o número lido da esquerda para a direita é maior que o número lido da direita para a esquerda. Por exemplo, o 5463 é grande, pois $5463 > 3645$.

Quantos números grandes de 4 dígitos existem?

PROBLEMA 5

Ana e Beto se enfrentam em um jogo. Eles jogam alternadamente até completar 101 rodadas entre os dois, e Ana começa a jogar.

O número 2 está escrito inicialmente na lousa.

Em cada uma das suas jogadas, Ana deve substituir o número escrito na lousa pelo resultado da multiplicação deste número por 3, 4 ou 6. Ela escolhe, em cada rodada, por qual dos três números deve multiplicar.

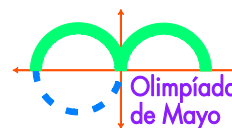
Em sua vez, em sua jogada, Beto deve substituir o número escrito na lousa pelo resultado da multiplicação deste número por 2, 3 ou 4, também a seu critério.

Se ao terminar o jogo o número que permanece na lousa é o quadrado de um número inteiro, Ana vence; caso contrário, Beto vence.

Determinar qual dos dois jogadores têm uma estratégia que garante a vitória, sem importar como joga seu adversário. Descreva esta estratégia.

No Primeiro Nível participam os estudantes que não tenham feito 13 anos de idade até 31 de dezembro de 2025, ou seja, nascidos a partir do 01/01/2013.

XXXII^a OLIMPÍADA de MAIO
Segundo Nível
Maio de 2026



Duração da prova: 3 horas.

Cada problema vale 10 pontos.

Não é permitido o uso de calculadoras; não é permitido consultar livros ou anotações.

Justifique cada uma das suas respostas.

Ao participar você se compromete a não divulgar os problemas até 30 de maio.

PROBLEMA 1

Danielle e Fernando jogam o seguinte jogo. Primeiro, Fernando escolhe secretamente um número de um único dígito que não seja 0 e o escreve em um papel. Danielle sabe que o número de Fernando tem apenas um dígito, mas não sabe qual é.

Em seguida, ela escolhe um número inteiro positivo n que não tenha nenhum dígito igual a 0 (pode ter dígitos repetidos) e escreve na lousa o número n e todos os números que podem ser obtidos rearranjando os dígitos de n . Depois disto, Fernando revela seu número escolhido. Se na lousa tem pelo menos um número que seja múltiplo do número de Fernando, Danielle vence; se não, Fernando vence.

Determinar o menor valor de n que Danielle pode escolher se ela quiser garantir sua vitória no jogo, sem importar qual número foi escolhido por Fernando.

ESCLARECIMENTO: Por exemplo, rearranjando os dígitos de 1123 alguns dos números que podem ser obtidos são 2311 e 1231. Não podemos obter 231 e nem 1223.

PROBLEMA 2

Seja $n \geq 3$ um inteiro. Pintamos todos os vértices de um polígono regular de n lados, alguns de vermelho e os demais de azul. Diremos que uma coloração do polígono é *isoscelofóbica* se não tem 3 vértices da mesma cor que formem um triângulo isósceles.

Determinar todos os valores de n para os quais existe alguma coloração isoscelofóbica.

PROBLEMA 3

Cada um dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 deve ser pintado de vermelho, azul ou verde, de modo que cada cor seja usada pelo menos uma vez. Jano calcula todas as multiplicações da forma $a \cdot b \cdot c$, onde a é um número vermelho, b é um número azul e c é um número verde, e anota os resultados em seu caderno.

De quantas formas se podem pintar os números para que a soma de todos os resultados seja 555?

PROBLEMA 4

Seja $ABCD$ um paralelogramo. Sejam E e F pontos da diagonal AC tais que A, E, F, C estão nesta ordem sobre a diagonal. Os prolongamentos de BE e BF interceptam aos lados AD e CD nos pontos G e H , respectivamente. Se as áreas dos triângulos AEG , BFE e CHF são iguais, prove que o triângulo ABE , o triângulo BCF e o quadrilátero $EFHG$ têm áreas iguais.

PROBLEMA 5

Ana escreve na lousa 100 inteiros positivos. A cada minuto, Ana soma 1 a cada número escrito na lousa e imediatamente depois Beto calcula o mínimo múltiplo comum dos novos 100 números e escreve em seu caderno todos os fatores primos do resultado. Se algum fator primo já foi escrito em seu caderno anteriormente, ele não o escreve novamente.

É possível que Ana escolha adequadamente os 100 números iniciais para que a cada minuto Beto escreva pelo menos um novo primo em seu caderno?

No Segundo Nível participam os estudantes que não tenham feito 15 anos de idade até 31 de dezembro de 2025, ou seja, nascidos a partir do 01/01/2011.