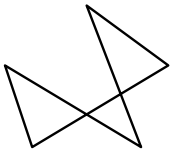
13ª **Olimpíada Iraniana de Geometria**

Nível Elementar

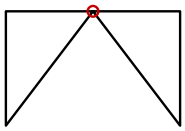
16 de Outubro, 2026

Os problemas dessa prova devem ser mantidos em confidencialidade até serem postados no website oficial da IGO: igo-official.com

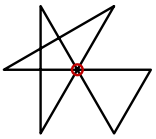
Problem 1.
Um n-ágono no plano é permitido se intersectar. No entanto, qualquer interseção de dois lados não adjacentes deve ser uma interseção apropriada em um ponto estritamente dentro de ambos os lados. Em particular, nenhum vértice pode estar sobre um lado não adjacente, e nenhum três lados podem passar por um mesmo ponto.
Por exemplo, o primeiro polígono abaixo é permitido, enquanto os outros dois não são.



Permitido



Não permitido: Vértice sobre um lado



Não permitido: 3 lados se intersectando

(a) Desenhe um hexágono que se intersecta exatamente seis vezes.

(b) Desenhe um hexágono que se intersecta exatamente sete vezes.

Problem 2. Sejam A, B, C, e D quatro pontos distintos sobre um círculo, nessa ordem. Suponha que a medida do arco BC que não contém A é o dobro da medida do arco AD que não contém B. Prove que $AD > BD - AC$.

Problem 3. Seja $ABCD$ um paralelogramo tal que $\angle DAC = 90°$ e $BD = \sqrt{3}\,AC$. A reta perpendicular a CD passando por A intersecta a reta BD em K. Prove que $BD = 4AK$.

Problem 4. Gugu marca 2026 pontos distintos em uma folha de papel. Ele mede a distância entre todos os pares de pontos e as anota em uma lista, cada par de pontos sendo contado exatamente uma vez. Ele quer que os números de sua lista tenha a seguinte propriedade: um número aparece exatamente uma vez, outro número aparece exatamente duas vezes, outro número aparece exatamente três vezes, e assim por diante, para todo número de ocorrências até 2025. É possível que Gugu marque os pontos tal que essas condições são satisfeitas, mas os pontos não estejam todos sobre uma mesma reta?

Problem 5. Seja $ABCD$ um quadrado cujas diagonais se intersectam em O. Pontos E e F são selecionados estritamente dentro dos segmentos OA e OB, respectivamente (logo $E \neq O, A$ e $F \neq O, B$). Sejam K e L os ortocentros dos triângulos EBD e FAC, respectivamente.
Seja P a interseção de CF e DE, e sejam M e N as interseções de PD e PC com AB, respectivamente. Assuma que $M \neq N$, e seja Q a interseção de KM e LN.
Prove que a reta PQ bissecta o segmento MN.

Tempo: 4 horas.
Cada problema vale 8 pontos.

13ª **Olimpíada Iraniana de Geometria**

Nível Intermediário

16 de Outubro, 2026

Os problemas dessa prova devem ser mantidos em confidencialidade até serem postados no website oficial da IGO: igo-official.com

Problema 1. Seja ω uma circunferência de centro O e seja C um ponto sobre ω. Uma circunferência passando por O intersecta ω em dois pontos distintos A e B.
Prove que se a reta BC intersecta o circuncírculo do triângulo OAB novamente em E, e AB intersecta a reta OE em P, então a reta OC é tangente ao circuncírculo do triângulo EPC.

Problema 2. Seja ABC um triângulo com circuncírculo ω. Seja P um ponto na reta BC tal que $PA = PB$, e seja Q a interseção das tangentes a ω em A e C.
Se a reta AP intersecta ω novamente em R, e as retas PQ e AC se intersectam em S, prove que a interseção de RS e BQ pertence a ω.

Problema 3. Seja $ABCD$ um paralelogramo. Defina A' (distinto de A) e defina C' (distinto de C) como pontos sobre as retas AB e CB, respectivamente, tais que:

$$DA = DA', \qquad DC = DC'.$$

As retas $A'C$ e AC' intersectam a reta BD em E e F, respectivamente. Prove que os circuncírculos dos triângulos $A'EF$ e $C'EF$ possuem mesmo raio.

Problema 4. Esmeralda marca 5 pontos no plano. Em seguida, ela calcula a área de todos os 10 triângulos cujos vértices podem ser escolhidos dentre esses pontos. Depois, ela informa 9 dos valores dessas áreas para George, o Curioso. (Algumas dessas áreas podem ser iguais, e não é revelado a George qual área corresponde a qual triângulo.)
George sempre consegue determinar o valor da décima área?

Problema 5. Seja ABC um triângulo isósceles com $AB = AC$, e seja G seu baricentro. Sejam D (distinto de C) e E (distinto de B) pontos sobre as retas CG e AB, respectivamente, tais que:

$$GD = GE = GB = GC.$$

Seja H o ortocentro do triângulo ADE. O ponto X está sobre a reta AH tal que $\angle BCX = 90°$.
Prove que a reta que liga os baricentros dos triângulos ACH e BGX é tangente ao circuncírculo do triângulo BDG.

Tempo: 4 horas e 30 minutos.
Cada problema vale 8 pontos.

13ª **Olimpíada Iraniana de Geometria**

Nível Avançado

16 de Outubro, 2026

Os problemas dessa prova devem ser mantidos em confidencialidade até serem postados no website oficial da IGO: igo-official.com

Problema 1. Seja ABC um triângulo. O ponto K pertence a AC de modo que $BK = BC$ ($K \neq C$). Seja A' a reflexão de A por B.
Prove que a distância de A' a reta que passa por C e é perpendicular a AC é igual a AK.

Problema 2. Seja ABC um triângulo com circuncírculo ω, circuncentro O, e ortocentro H. Pontos X e Y pertencem a ω de modo que X, Y, e H são colineares e $XY \parallel AO$.
As retas AX e AY intersectam BC em P e Q, respectivamente. Prove que A, O, P, e Q são concíclicos.

Problema 3. Seja ABC um triângulo com circuncírculo ω e circuncentro O. As tangentes a ω em B e C se intersectam em T.
A reta por T perpendicular à AO intersecta a reta BC em K, e D é a interseção de AO e BC.
Seja L um ponto no circuncírculo do triângulo OTK tal que $\angle OLD = 90°$.
Seja E o pé da perpendicular de A à BC, prove que o circuncículo do triângulo LED é tangente à ω.

Problem 4. Seja $ABCD$ um quadrilátero circunscritível.
O círculo ω_1 é tangente as retas AB e CD, é internalmente tangente ao circuncírculo do triângulo ABD, e não intersecta AD.
O círculo ω_2 é tangente as retas AD e BC, é internamente tangente ao circuncírculo do triângulo ABD, e não intersecta AB.
Prove que o eixo radical de ω_1 e ω_2 passa pelo ponto médio do arco BAD.

Problem 5. Seja ABC um triângulo com $AB < AC$ e circuncírculo Γ. A bissetriz de $\angle BAC$ intersecta o lado BC em D, e E é um ponto na semirreta AB de forma que $\angle ADE = 90°$.
Seja F um ponto no segmento AB de modo que $2AF = AC$. Seja Ω o circuncírculo de DEF, e suponha que Γ e Ω se intersectam em 2 pontos distintos X e Y.
Prove que se as tangentes a Ω em X e Y se intersectam em Z, então $CZ \parallel DE$.

Tempo: 4 horas e 30 minutos.
Cada problema vale 8 pontos.