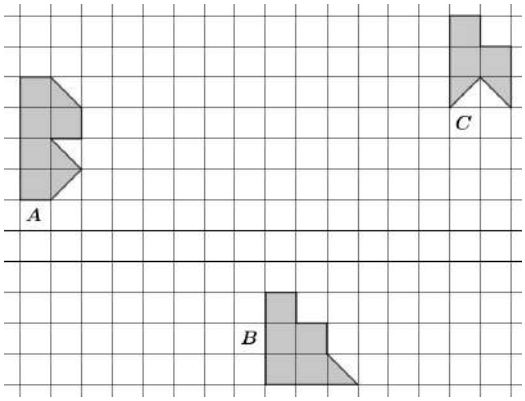
11th Iranian Geometry Olympiad

Elementary level

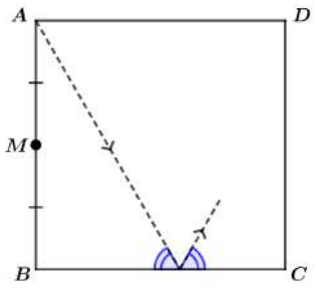
October 18, 2024

The problems of this contest are to be kept confidential until they are posted on the official IGO website: igo-official.com

Problema 1. Reflita cada uma das figuras A, B sobre algumas retas l_A, l_B respectivamente e rotacione C de tal modo que um quadrado 4×4 seja obtido. Identifique as retas l_A, l_B e o centro de rotação, e também desenhe as formas transformadas de A, B e C em relação a essas operações.



Problema 2. $ABCD$ é um quadarado de lado 20. Um raio de luz é irradiado de A e intersecta os lados BC, CD, DA respectivamente e chega no ponto médio de AB. Qual o comprimento do caminho que o raio de luz fez?



Problema 3. Dentro de um quadrilátero convexo $ABCD$ um ponto T é escolhido. O ponto S pertence ao segmento AT de modo que $DT = BC, \angle TSD = 90°$. Prove que se $\angle DTA + \angle TAB + \angle ABC = 180°$, então $AB + ST \geqslant CD + AS$.

Problema 4. Um n-ágono inscrito ($n > 3$), é dividido em $n - 2$ triângulos por diagonais que se encontram apenas nos vértices. Qual é o número máximo possível de triângulos congruentes obtidos? (Um n-ágono inscrito é um n-ágono onde todos os seus vértices pertencem a uma mesma circumferência)

Problema 5. Os pontos Y e Z estão no arco menor BC do circumcírculo de um triangulo acutângulo $\triangle ABC$ (Y esta no arco menor BZ). Seja X um ponto de modo que $\triangle ABC, \triangle XYZ$ sejam semelhantes com os pontos A, X estando no mesmo lado da reta YZ. As retas XY, XZ intersectam os lados AB, AC nos pontos E, F respectivamente. Seja K a intercessão das retas BY, CZ. Prove que uma das intercessões dos círculos $\triangle AEF, \triangle KBC$ esta na reta KX.

Duração: 4 horas.
Cada problema vale 8 pontos.

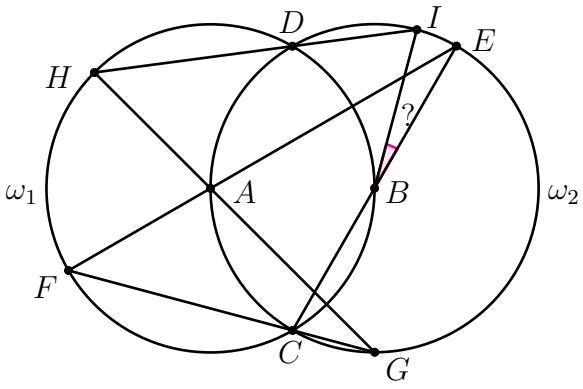
11^{th} **Iranian Geometry Olympiad**

Intermediate level

October 18, 2024

The problems of this contest are to be kept confidential until they are posted on the official IGO website: igo-official.com

Problem 1. Na figura abaixo, os pontos A, B são os centros dos círculos ω_1, ω_2. Começando pela reta BC, os pontos E, F, G, H, I são construídos nessa ordem. Encontre a medida do ângulo $\angle IBE$.



Problema 2. Os pontos X, Y estão no lado CD do pentágono convexo $ABCDE$ com X entre Y e C. Suponha que os triângulos $\triangle XCB, \triangle ABX, \triangle AXY, \triangle AYE, \triangle YED$ são todos semelhantes(com essa exata ordenação). Prove que os circumcírculos dos triângulos $\triangle ACD, \triangle AXY$ são tangentes.

Problema 3. Seja $\triangle ABC$ um triângulo acutângulo com um ponto D no lado BC. Seja J um ponto no lado AC de modo que $\angle BAD = 2\angle ADJ$, e seja ω o circumcírculo do triângulo $\triangle CDJ$. A reta AD intersecta ω de novo em um ponto P, e Q é o pé da altura de J em AB.
Prove que se $JP = JQ$, então a reta perpendicular a DJ passando por A é tangente a ω.

Problema 4. Erick montou um polígono convexo P a partir de uma quantidade finita de peças poligonais centralmente simétricos (nao necessariamente congruentes ou convexos). Prove que P é centralmente simétrico.

Problema 5. O ponto P é a intercessão das diagonais AC, BD de um trapézio $ABCD$ com $AB \parallel CD$. As reflexões das retas AD e BC pelas bissetrizes internas dos ângulos $\angle PDC$ e $\angle PCD$ intersectam os circumcírculos dos triângulos $\triangle APD$ e $\triangle BPC$ em D' e C'. A reta $C'A$ intersecta o circumírculo de $\triangle BPC$ de novo em Y e $D'C$ intersecta o circumcírculo de $\triangle APD$ de novo em X. Prove que P, X, Y são colineares.

Duração: 4 horas e 30 minutos.
Cada problema vale 8 pontos.

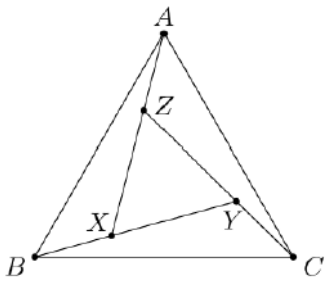
11^{th} **Iranian Geometry Olympiad**

Advanced level

October 18, 2024

The problems of this contest are to be kept confidential until they are posted on the official IGO website: igo-official.com

Problema 1. Um triângulo equilátero $\triangle ABC$ é dividido em 4 triângulos com área igual; três triângulos congruentes $\triangle ABX, \triangle BCY, \triangle CAZ$, e um triangulo equilátero menor $\triangle XYZ$, como mostrado. Prove que os pontos X, Y, Z pertencem ao incírculo do triangulo $\triangle ABC$.



Problema 2. O ponto P está no lado CD do quadrilátero cíclico $ABCD$ de forma que $\angle CBP = 90°$. Seja K a intercessão de AC, BP de modo que $AK = AP = AD$. H é a projeção de B sobre a reta AC. Prove que $\angle APH = 90°$.

Problema 3. No triângulo $\triangle ABC$ seja D o pé da altura de A sobre o lado BC e sejam I, I_A, I_C o incentro, A-excentro, e C-excentro, respectivamente. Denote por $P \neq B$ e $Q \neq D$ os outros pontos de intercessão do circumcírculo do triângulo $\triangle BDI_C$ com as retas BI e DI_A, respectivamente. Prove que $AP = AQ$.

Problema 4. O Ponto P está no interior do triâgulo $\triangle ABC$ de modo que $\angle BPC = 90°$ e $\angle BAP = \angle PAC$. Seja D a projeção de P sobre o lado BC. Sejam M e N os incentros dos triângulos $\triangle ABD$ e $\triangle ADC$ respectivamente. Prove que o quadrilátero $BMNC$ é cíclico.

Problema 5. O quadrilátero cíclico $ABCD$ com circumcírculo ω é dado. Seja E um ponto fixo no segmento AC. M é um ponto arbitrário em ω, as retas AM e BD se encontram em um ponto P. EP encontra AB e AD em pontos R e Q, respectivamente. S é a intercessão das retas BQ, DR e as retas MS e AC se encontram no ponto T. Prove que ao variar o ponto M, o circumcírculo do triângulo $\triangle CMT$ passa por um ponto fixo diferente de C.

Duração: 4 horas e 30 minutos.
Cada problema vale 8 pontos.